

社会集団の様相論理に基づくモデル化による均衡と動態の分析

*戸田健太郎 片井 修 川上 浩司
京都大学大学院情報学研究科

〒606-8501 京都市左京区吉田本町
京都大学大学院情報学研究科 システム科学専攻 共生システム論研究室
toda@sys.i.kyoto-u.ac.jp, {katai, kawakami}@i.kyoto-u.ac.jp

Abstract: 社会集団の均衡と動態を、様相論理的見地から検討する。規範に対する各成員の態度は義務、許可等の様相概念を含む命題として、成員間関係は他者に対する期待に基づいて記述する。集団均衡は上記命題、含意関係の整合性として定式化され、集団均衡を不均衡状態から均衡状態に向かう命題と成員間関係の変容過程として捉える。

1 序論

社会集団の動態を、それぞれの成員の認識と他の成員との関係に基づき解釈及び予測する立場として、Cartwright と Harary [1] により導入された構造的均衡理論がある。これは、心理学理論によるより基礎的な概念である認知的均衡概念 (Heider [4]) の拡張として構成されている。構造的均衡理論においては、成員間の関係の変更過程を、各成員の認知的均衡を回復する過程としての均衡化過程として解釈する。

著者らはこの理論を、各成員が共通に関心を持っている社会問題、規範などに対し各成員がどのような態度、意見を持つかという分析と組みあわせることにより、さらに拡張した [6, 7]。

例として、環境汚染問題における状況を考える。この場合、集団を構成する成員は、

- a: 政府
- b: 汚染の原因である(と一般に考えられている)企業
- c: 汚染が原因の公害病による被害者

の三者となる。政府(a)が「汚染の責任が企業(b)にある場合、被害者(c)はbによって救済されねばならない」と、また「bが責任を認めるならば、bは救済活動にも同意せねばならない」と考えているとする。一方bは、「bに汚染の責任がある場合のみ、cは救済されねばならない」と考えているが、さらに「bは汚染の責任は認めない」とも考えている。cは、まず「cは救済されねばならない」と考えており、また「bはそれに同意すべきだ」とも考えている。この状況においては、問題はcの救済とbの汚染に対する責任となる。

こうした複雑な状況を分析する際には、成員間の関係を正負の単純な二値関係とする分析では限界があることは明らかである。さらに詳しく分析するために、各成員が他の成員に対してどのように期待するかという点を記述する。この例においては、初期状態は以下ようになる。aは「bはaが命令したことに従う」と期待する。bは「aはbが持つ権利に対し同意する」と期待する。cは「aはcの信念に同意する」と期待する。さらに弱い関係として、aが「cはaの信念を否定しない」という関係、およびbとcが互いに持つ同様の関係が存在する。この状況においては、各成員の信念と期待について競合(不整合)があるため、集団は不安定(不均衡)となる。この不均衡が解消される過程としてはつぎのようなものが考えられる。

1. cがaに対する期待をあきらめる
2. cが「cは救済されるべきだ」という信念をあきらめる
3. cがaに対し、cが救済されることに同意するよう求める。この場合、aとbの意見が衝突し、別の不均衡状態となる
4. bがcが救済されることに同意する。この場合は集団は均衡状態になる

5. b が c の救済に同意せず、 b は決して c を救済しないという立場に立つ場合、更に深刻な不均衡に陥る。この結果、 a が態度を変更することを強いられる

本研究では、さらに一般的な観点から、各成員はそれぞれの意見（信念）を共通問題に対して持っており且つ他の成員も自分と似た意見を持つだろうと想定するものと考え、集団の振舞いを認知的ストレスの解消過程として分析・予測する。各成員の認知的ストレスは、意見の不協和（差異）がある閾値を超えたときに発生する。この似た意見を期待する性質を、集団の均衡を形成する成員間関係としてとらえ、これを期待関係と呼ぶ。また、意見に差がある状態を、成員間の対立関係としてとらえる。すると、認知的ストレスとは期待・対立関係の衝突としてとらえることができる。すなわち、均衡化過程とはこうした衝突の解消過程となる。

集団の分析を行うための一般的な理論的枠組みを構築するため、義務論理学（規範の論理学）[9, 2, 5] と呼ばれる枠組みを導入する。義務論理学によって、義務、許可、禁止、権利などといった様々な規範的概念を統一的に扱うことができ、種々の関係も分析することができる。さらに、二次元的な図に期待・対立関係とその相互の関係を図示する方法を構築し、これに基づいて集団の振舞い、集団構造の分類、不均衡の程度が分析される。

2 各成員の規範的態度の義務論理による記述

各成員の信念体系を厳密に扱うことによって、成員間の関係が分析できる。本研究では信念体系を表現するために論理学的方法を導入し、これにより各成員の共通問題に対する信念を命題として表現する。このような命題論理的な表現は命題的態度（propositional attitude）[3] と呼ばれる。

各々の社会問題もまた述語として表現される。例えば、前節での例では二つの問題は次のように書き直される。

- p : 被害者 (c) が救済されている
 q : 企業 (b) は汚染に関して責任を認めている

さらに、以下に示すような義務演算子（deontic operator）を導入する。集団の任意の成員 v に対し、

- $O_v p$: v は p が実現することは義務的であると考えている
 $P_v p$: v は p が実現することは許可されていると考えている
 $I_v p$: v は p が実現するか否かは興味がない
 $F_v p$: v は p が実現することは禁止されていると考えている

という命題を表すとする。これらを導入することにより、各成員の態度を命題として表現できることになる。

またこれらの演算子は基本的な命題（社会問題） p や q のみに適用されるだけでなく、義務的命題に対しても適用される。例えば $O_a P_b p$ という命題は、「 b にとって p が許可されていることは、 a にとって義務である」ということを表す。

これらに基づき、前節の例における各成員の態度を命題として表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} a: & O_a(q \supset p), \quad O_a(O_b q \supset O_b p) \\ b: & O_b(q \supset p), \quad \neg O_b q \\ c: & O_c p, \quad O_c O_b p \end{aligned} \tag{1}$$

3 成員間の期待・対立関係の分類と記述

第1章の例にも見られるように、社会集団の成員は他の成員に対し、社会問題に自分と同様の態度を取ると期待する。このことを、以下のような様相論理的命題によって表現する。 v と v' を成員とし、 C を両者が

関心を持つ問題群の集合とすると,

$$\begin{aligned} v \oplus_1 v' &: \forall A \in \mathbf{C}, \quad O_v A \supset O_{v'} A \\ v \oplus_2 v' &: \forall A \in \mathbf{C}, \quad P_v A \supset P_{v'} A \\ v \oplus_3 v' &: \forall A \in \mathbf{C}, \quad O_v A \supset P_{v'} A \end{aligned} \quad (2)$$

となる.

\oplus_1 で表される関係は, v は v' に対し, v にとって義務的なもの (命題的態度) はすべて v' も義務的だとみなすであろうことを期待する関係である. すなわち, v' は v の義務に従うということを表す. 同様に \oplus_2 では, v は v' に対し, v が許可されているとみなす命題はすべて v' も許可とみなすであろうことを期待する. すなわち, v' は v の権利を認めるということを表す. さらに \oplus_3 では, v は v' に対し, v が義務だとみなす命題は v' は単に許可されているとみなすであろうことを期待するという, 弱い関係を表す.

例えば, 第 1 章での例における期待関係は次のようになる.

$$a \oplus_1 b, \quad a \oplus_3 c, \quad b \oplus_2 a, \quad b \oplus_3 c, \quad c \oplus_1 a, \quad c \oplus_3 b \quad (3)$$

続いて, これらの期待関係がどのようなときに破られるかという点に関して考察を進める. $v \oplus_1 v', v \oplus_2 v', v \oplus_3 v'$ という期待関係はそれぞれ, 以下のような対立関係が成立するときに破られる.

$$\begin{aligned} v \ominus_1 v' &: \exists A \in \mathbf{C}, \quad O_v A \wedge \neg O_{v'} A \\ v \ominus_2 v' &: \exists A \in \mathbf{C}, \quad O_v A \wedge O_{v'} \neg A \\ v \ominus_3 v' &: \exists A \in \mathbf{C}, \quad P_v A \wedge \neg P_{v'} A \end{aligned} \quad (4)$$

また, これらの関係は対応する期待関係の否定となっている. すなわち,

$$v \ominus_i v' \equiv \neg(v \oplus_i v') \quad \text{for } i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

が成立する.

前述の通り, これら期待関係と対立関係の衝突は認知的ストレスを生じる. 集団の全ての成員がこうしたストレスを持っていない場合, 集団は均衡していると考えられる.

4 義務論理学の公理系とその意味論

このように成員間の態度, 関係を義務演算子に基づいて分析することが可能である. こうした手法は義務論理学と呼ばれ, von Wright らによって研究されている [9]. 命題論理学を基礎とし, それを拡張することにより以下のように公理系が定義される [9, 5].

定義 1 $F_v A \equiv O_v \neg A$

定義 2 $P_v A \equiv \neg F_v A \equiv \neg O_v \neg A$

定義 3 $I_v A \equiv P_v A \wedge P_v \neg A \quad (\equiv \neg F_v A \wedge \neg F_v \neg A \equiv \neg O_v A \wedge \neg O_v \neg A)$

公理 1 $\vdash O_v A \supset \neg O_v \neg A$ (i.e., $\vdash O_v A \supset P_v A$)

公理 2 $\vdash O_v(A \supset B) \supset (O_v A \supset O_v B)$

公理 3 $\vdash O_v A \supset O_v O_v A$

公理 4 $\vdash O_v(O_{v'} A \supset A) (\vdash \neg P_v(O_{v'} A \wedge \neg A))$

推論規則 1 If $\vdash A \supset B$, then $\vdash O_v A \supset O_v B$

このような公理系は、規範的世界におけるクリプキモデル（可能世界モデル） [5, 8] によって解釈することができる。このモデルにおいては、規範的概念は我々の存在する世界（現実世界）の中でのみ記述されるのではなく、可能世界と呼ばれる仮想的な世界の体系を用いて記述される。例えば $P_v A$ (A が許可されている) という命題は、 v が想像可能（現実世界から接近可能）な可能世界のいくつかにおいて A が成立しているとき、成立する。これらの可能世界の体系は有向グラフを成し、辺のラベルは各成員に対する到達可能関係を表す。この体系をクリプキモデルと呼ぶ。

クリプキモデルを採用することで、集団内の期待・対立関係に対し自然な解釈を与えることが可能になる。期待関係は、互いの成員にとって可能な世界の集合の包摂関係となり、対立関係はその否定となる。

5 関係の強弱と三角図表示の導入

第4章の公理系（公理1）より、つぎの関係の成立することがわかる。

$$\begin{aligned} \text{if } v \oplus_1 v', \text{ then } v \oplus_3 v' \\ \text{if } v \oplus_2 v', \text{ then } v \oplus_3 v' \end{aligned} \tag{6}$$

すなわち、期待関係 \oplus_1 と \oplus_2 は、 \oplus_3 より強い（厳格な）関係であるといえる。この式の対偶から、さらに

$$\text{if } v \ominus_3 v', \text{ then we have } v \ominus_1 v' \text{ and } v \ominus_2 v' \tag{7}$$

ということもできる。つまり対立関係 \ominus_3 は \ominus_1 と \ominus_2 より強い関係である。

このことから、期待・対立関係が両方とも存在する場合の成員 v の受ける認知的ストレスの強弱について、関係の組みあわせに対して調べることができ、まとめると表1のようになる。

さらに詳しく調べると、同じ弱い関係の間にもさらに強弱が区別できる。例えば \ominus_2 は \ominus_3 より弱い関係であるため、 \oplus_2 と \ominus_2 の組みあわせによる弱いストレスは、 \oplus_2 と \ominus_3 の組みあわせの場合よりさらに弱い関係と言える。また、 $\oplus_2 \cdot \ominus_3$ の組みあわせと $\oplus_3 \cdot \ominus_3$ の組みあわせを比較した場合、前者のほうがより結合的・統一的な関係であると言える点も注意せねばならない。これは、 \oplus_2 は \oplus_3 よりも緊密な関係であることによる。

これら複数の関係が存在する場合における不均衡の強弱、及び成員の意見の統一性を一般的に表現する方法として、図1のような三角形の表示を導入する。この図によって全ての関係の組み合わせが表示でき、さらに相互の位置関係から各成員の態度や関係がどのように変化しうるかも予測することができる。

ここまでの考察においては、それぞれの瞬間における集団構造の生じるストレスのみについて注目してきた。さらに詳しく分析するため、構造の均衡化過程において出現しうる、潜在的なストレスについても考察を行う。

こうした潜在的なストレスを明らかにするために、まずすべての期待関係が成立しているという仮想的な状況を考える。そこでクリプキモデルにおける可能世界の包摂関係から、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} v \oplus_1 v' & \text{ iff } v' \oplus_2 v \\ v \ominus_1 v' & \text{ iff } v' \ominus_2 v \end{aligned} \tag{8}$$

表1: 期待・対立関係の衝突の強さ

	$v \ominus_1 v'$	$v \ominus_2 v'$	$v \ominus_3 v'$
$v \oplus_1 v'$	弱		強
$v \oplus_2 v'$		弱	弱
$v \oplus_3 v'$			弱

表 2: 期待・対立関係の合成

	$v' \oplus_1 v''$	$v' \oplus_2 v''$	$v' \oplus_3 v''$	$v' \ominus_1 v''$	$v' \ominus_2 v''$	$v' \ominus_3 v''$
$v \oplus_1 v'$	$v \oplus_1 v''$	\oplus_3	\oplus_3		\ominus_2	\ominus_2
$v \oplus_2 v'$		\oplus_2		\ominus_1		\ominus_3
$v \oplus_3 v'$		\oplus_3				\ominus_2
$v \ominus_1 v'$		\ominus_1				
$v \ominus_2 v'$	\ominus_2					
$v \ominus_3 v'$	\ominus_3	\ominus_1	\ominus_1			

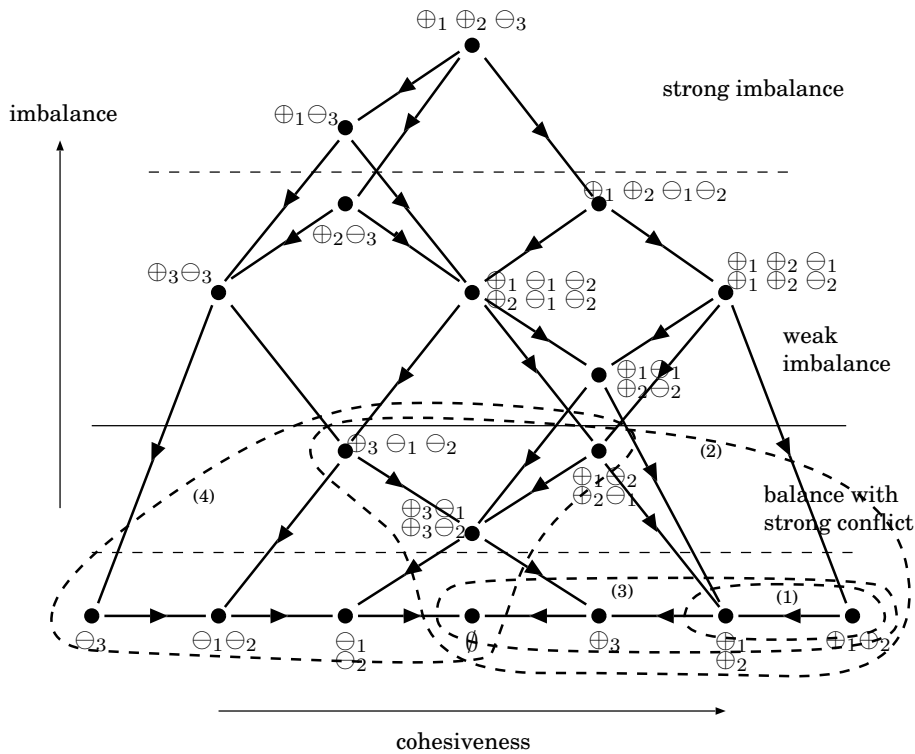


図 1: 三角図表示: 集団内の不均衡状態を二次元的に表示する。(1)-(4) は均衡状態の可能な四種類の分類を示す

このような一般的関係のほかにも、さらに $v \oplus_i v'$ と $v' \oplus_j v''$ が成立しているときの v と v'' の間の関係のような、間接的な関係についても調べる必要がある。例えば $v \oplus_1 v'$ と $v' \oplus_2 v''$ の場合を考えると、 $v \oplus_1 v'$ によって $O_v A$ となるようなすべての A について $O_{v'} A$ (すなわち公理 2 より $\neg O_{v'} \neg A$) が成り立ち、 $v' \oplus_2 v''$ によって $\neg O_{v'} \neg A$ となるような (すなわち $O_v A$ となるような) すべての A について $\neg O_{v'} \neg A$ が成り立つ。従って $v \oplus_3 v''$ となることがわかる。このことを $\oplus_1 \cdot \oplus_2 = \oplus_3$ と表し、このような関係の積について公理系と一般理論に基づき全ての組み合わせについて調べると、表 2 のようになる。

また、 $\oplus_1 (\oplus_2)$ と \oplus_3 の v と v' の間における共存は、強弱の関係より、単に $\oplus_1 (\oplus_2)$ のみの存在と見なすこともできる。同様に、 \ominus_3 と $\ominus_1 (\ominus_2)$ の共存は、単に \ominus_3 の存在と見なすことができる。このような、潜在的ストレスの分析に影響を与えず単純化できる規則は、次に示すような代数的関係として表すことができる (\emptyset は関係がないことを示す)。この関係と、表 2 で示される合成関係によって、間接的な関係を分析する代数

的計算法を得ることができる．

$$\begin{aligned}
 \oplus_i + \oplus_i &= \oplus_i, \ominus_i + \ominus_i = \ominus_i \quad (i = 1, 2, 3) \\
 \oplus_1 + \oplus_3 &= \oplus_1, \oplus_2 + \oplus_3 = \oplus_2 \\
 \ominus_1 + \ominus_3 &= \ominus_3, \ominus_2 + \ominus_3 = \ominus_3 \\
 \mathbb{R} + \emptyset &= \mathbb{R}, \mathbb{R} \cdot \emptyset = \emptyset \\
 (\mathbb{R} &= \oplus_1, \oplus_2, \oplus_3, \ominus_1, \ominus_2, \ominus_3, \emptyset)
 \end{aligned} \tag{9}$$

例えば，1 節の例における初期状態は次のような行列で表すことができる．

$$M^1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \cdots \\ b \cdots \\ c \cdots \end{matrix} & \begin{pmatrix} \oplus_1 + \oplus_2 & \oplus_1 & \oplus_3 + \oplus_2 \\ \oplus_2 & \oplus_1 + \oplus_2 & \oplus_3 + \oplus_2 \\ \oplus_1 + \oplus_1 & \oplus_3 + \oplus_1 & \oplus_1 + \oplus_2 \end{pmatrix} \end{matrix} \tag{10}$$

期待関係 $c \oplus_1 a$ によって逆向きの期待関係 $a \oplus_2 c$ が得られるが，もともとの関係 $a \oplus_3 c$ はこれより弱いので，結果として a と c の関係は $a \oplus_2 c$ となる．さらに M^2, M^3 と計算していくことにより，間接的関係を得ることができる．

$$M^2 = \begin{pmatrix} \oplus_1 + \oplus_2 & \oplus_1 + \oplus_1 & \oplus_2 + \oplus_2 \\ \oplus_2 + \oplus_2 & \oplus_1 + \oplus_2 & \oplus_2 + \oplus_2 \\ \oplus_1 + \oplus_1 & \oplus_1 + \oplus_1 & \oplus_1 + \oplus_2 \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$M^3 = M^2 \tag{12}$$

また，明らかに以下のことが成り立つので，

$$\text{if } M^n = M^{n+1}, \text{ then } M^{n+2} = M^{n+1} \text{ for any } n > 0 \tag{13}$$

ここでは M^2 によって全ての潜在的な不調和が示されていることがわかる．

間接的関係を三角図表示に適用することによって，集団のストレスの度合いと（均衡している）集団の集団構造の分類を表示することができる．

6 均衡化過程に関する一般則

図 1 に示されている矢印は，ストレス低減の均衡化過程における一般的な法則を表している．これらの法則によって，集団の振舞いを予測することができる．

法則 1 均衡化過程のすべての段階において，認知的ストレスを生じている成員の一人が，（他の成員に対する）期待関係または（共通の問題に対する）態度を変更することによって，認知的ストレスを解消しようとする．

法則 2 最も強い認知的ストレスを生じている成員の一人が上述の変更を行う．

法則 3 変更はそれによって新たに生じるストレスが最も弱くなるように行う．すなわち，変更の結果の状態が元の状態の最近傍になるよう行う．例えば，対立関係 $v \ominus_1 v'$ における期待関係 $v \oplus_1 v'$ は $v \oplus_3 v'$ に改められ， $v \emptyset v'$ にはない．

法則 4 ある成員が自分の態度や期待関係を変更することに非常に強い抵抗がある場合，自分の態度や期待関係を他の成員が強いストレスを生ずるように変更し，解消過程を外部に求めることがありうる．

法則 5 十分な理由がない場合，成員の態度や期待関係の変更は逆向きに行なわれることはない．

7 結論

義務論理に基づき、成員の共通問題に対する態度に基づいた社会集団の均衡と不協和を分析するための新たな枠組みを提案した。

さらに、集団の状態と均衡過程を図示する方法として三角図表示を導入し、これに基づいて均衡した集団の状態を四種に分類した。すなわち、(1) 派閥型、(2) 中間型、(3) 合意型、(4) 分散型である。

義務論理におけるクリプキモデルを導入することにより、期待・対立関係の強さについて明らかにし、これに基づき間接的關係を分析するための行列計算法を考案した。また、社会集団の不均衡を期待・対立関係の衝突として特徴づけた。

衝突を解消する過程を、三角図表示を適用することによって得ることができた。

8 今後の展開

ここまで述べてきたように、義務論理に基づいた枠組みを構築することによって社会集団の均衡と動態の分析を行った。

このモデルにおいては、信念を義務演算子で表現している。しかし、実際には、ある命題の成立を信じているということと、ある命題が義務であるということは別のことであり、別の演算子で定式化される必要がある。

そもそも人間は、外部の世界を全て主観的な信念として再構成して理解しているが、信じているということはこの内部世界の中で成立しているということである。

さらにこのモデルにおいては、他の成員の態度は完全に他者に伝達されると仮定している。しかし、これは一般には真ではない。外部世界を信念として再構築するという問題の一部として、信念がいかに伝達されるかということは実際の問題を扱う上では省略することができない。

信念の伝達とは、ある成員の信念を他の成員がどのように理解するかということである。すなわち、 $Bel_v A$ を v が A を信じていることを表すとすると、一般に $Bel_v A$ があったときに他の成員 v' について $Bel_{v'} Bel_v B$ の B がどうなるかが問題となる。これはある命題から他の命題の成立を言うことになるので、推論規則の形を取る。この規則は例えば

嘘つき: $\text{if } Bel_v A \wedge Bel_{v'} \neg A \text{ then } Bel_{v'} Bel_{v'} \neg A \text{ else if } Bel_v A \text{ then } Bel_{v'} Bel_v A$

正直者: $\text{if } Bel_v A \text{ then } Bel_{v'} Bel_v A$

のようなものとなる。上の例は、相手 v' が反対意見を持っていることがらについては嘘を言い、同意見だと信じさせている状態を表す。下の例では、常に相手に正直に信念が伝達されている。

このように拡張すると、 $Bel_v A$ と $Bel_{v'} \neg A$ が同時に存在するときに成員 v が認知的ストレスを受けると解釈でき、このときに解消の動きが起こる。解消仮定において可能な動きは、現在のモデルを再解釈すると自分の信念の変化と自分の相手に対する伝達関係の変化となる。

現実には何らかの行動を行うことによって相手の信念を変化させる、ということもしばしば見られる。各成員が直接見るものは信念のみであるという原則に基づけば、このモデルにおいて行動とは、伝達関係の変化かあるいは相手の信念の変化として理解することができる。

以上の議論において、重要な点は伝達関係の定式化である。一般にこのような推論規則は無数に存在するので、議論を進めるためにはその一般的性質に基づいて分類することが必要となる。現在のモデルにおいては伝達は完全であるという極端な仮定を置くことでこの問題を回避しているが、理解を深めるためにはより適切な枠組みが必要とされる。

参考文献

- [1] D. Cartwright and F. Harary. structural balance: a generalization of heider's theory. *Psychological Review*, Vol. 63, pp. 277–293, sept. 1956.
- [2] L. F. Goble. Gentzen systems for modal logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 15, No. 3, pp. 455–461, 1974.
- [3] L. G. Greary. Propositional attitudes, fregean representation and simulative reasoning. In *Proc. of the 6th int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, pp. 176–181, Tokyo, 1979.
- [4] F. Heider. Attitudinal and cognitive organization. *Journal of Psychology*, Vol. 21, pp. 107–112, 1946.
- [5] R. Hilpinen, editor. *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*, Vol. 33 of *Synthese Library*. D. Reidel, 1981.
- [6] O. Katai and S. Iwai. On the characterization of balancing processes of social systems and the derivation of the minimal balancing processes. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetic*, Vol. SMC-8, No. 5, pp. 337–348, May 1978.
- [7] Osamu Katai, Kentaro Toda, and Hiroshi Kawakami. Classification of types of societal conflicts and characterization of their resolution processes based on deontic logic. *International Game Theory Review*, Vol. 4, No. 3, pp. 213–236, 2002.
- [8] S. A. Kripke. Semantical analysis of modal logic i, normal modal propositional calculi. *Zeit. fur Math. Logik und Grund. der Math.*, Vol. 9, pp. 67–96, 1963.
- [9] G. H. von Wright. *An essay in Modal Logic*. North-Holland Pub. Co, Amsterdam, 1951.