

# Ant Colony Optimization における多様性に関する解析

\*中道義之 有田隆也  
名古屋大学大学院人間情報学研究科

nakamiti@create.human.nagoya-u.ac.jp

## 概要

本研究では、メタヒューリスティックに分類される ACO の改良のための知見を得るために、特に多様性という観点から考察した。ACO は巡回路とフェロモンについて多様性を考えることができる。巡回路の多様性を調節するランダム選択について解析した結果、集中化と多様化をバランスさせることによって良い解を生成していることがわかった。最適解の情報によるヒューリスティック値を利用した場合を解析した結果、改良がかならずしも多様性の調節のみによるものではないことがわかった。

## 1 はじめに

群知能 (Swarm Intelligence) に関する研究が活発になってきている。群知能とは単純な知能を持つ個体が集団となることで創発してくる知能のことである。代表的な例としては、社会性昆虫とよばれる昆虫は集団となることで高度な問題を解いている。このような現象は実世界では多く見られる。

蟻はフェロモンと呼ばれる揮発性の化学物質を体内で生成し、採餌行動の際に自分の通った道筋に分泌する。また他の蟻が分泌したフェロモンがあればその道筋を辿る。つまり蟻は場を介した非同期型のコミュニケーションを実現している。これはフェロモンコミュニケーションとよばれる現象である。蟻はフェロモントレイル (フェロモンの道筋) を辿るだけだが、全体としては餌までの道筋を形成し、効率よく採餌活動を行う。さらに、複数の経路があるときに短い方の経路を選択することが知られている。

代表的な組み合わせ最適化問題の 1 つに巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem; TSP) がある。TSP とは、複数の都市とその都市間の距離が与えられたとき、すべての都市を巡回元に戻る最短の巡回路を求める問題である。この問題に対して、蟻の集団がもつ「短い方の経路を選択することができる」という能力は非常に有用である。Dorigo らはこの考え方に基づいて解法アルゴリズムを考案した。この蟻によるフェロモンコミュニケーションに基づいた組み合わせ最適化問題の解法アルゴリズムを総称して Ant Colony Optimization (ACO) という。

この ACO は TSP をはじめとしてネットワークルーティング、グラフ彩色問題、2 次割り当て問題などの多くの最適化問題に適用され、有効性が確認されている [Bon00]。また、他のメタヒューリスティクスとの比較においても、ACO の一種である Ant Colony System (ACS) はシミュレーテッドアニーリング、ニューラルネット、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; GA)、進化的プログラミングなどの他の比較的新しいメタヒューリスティクスの中でほぼベストな成績を TSP に対してあげることができることが示されている [Bon00][Dor97a]。

一般にメタヒューリスティクスは以下の操作の反復より成る。

1. 過去の探索の結果を利用して新たな解を生成する。

2. 生成した解を評価し、次の解の探索に必要な情報を取り出す。

これは、基本的には「良い解どうしは似通った構造を持っている」という概念に基づいて設計されている。つまり良い解が見つかったら、その解の構造と同様の構造を持つ解を集中的に探索するという考え方である。この考え方は探索の集中化 (intensification) と呼ばれるメタヒューリスティックの基本原則である。一方、集中化が強すぎると同じ解ばかりを生成してしまい、無駄が多くなる可能性がある。よって集中化だけではなく、それまで探索した解と構造の違う解を生成することが必要になってくる。この考え方は探索の多様化 (diversification) と呼ばれる。この集中化と多様化の両者をどのようにバランスさせるかという点は探索の改善のためにきわめて重要である [柳浦 01]。

本研究では、ACO を多様性という観点から理解し、ACO の改良のための知見を得ることを目的とする。

## 2 ACO の概要

### 2.1 アルゴリズム

Dorigo らによって提案された Ant System (AS) [Dor92] は最初の ACO であり、TSP に対する ACO のほとんどが、この AS の拡張である。AS の基本的なアルゴリズムを図 1 に示す。

```

Initialize
For  $t = 1$  to  $t_{\max}$  do
  For  $k = 1$  to  $m$  do
    Repeat until ant  $k$  has completed a tour
      Select the city  $j$  to be visited next with probability  $p_{ij}$  given by Eq. (2)
      Calculate the length  $L_k$  of the tour generated by ant  $k$ 
    Update the trail levels  $\tau_{ij}$  on all edges according to Eq. (4)
  
```

図 1: Ant System のアルゴリズム

エージェントはフェロモンの情報に基づいて確率的に経路を選択する。 $\tau_{ij}(t)$  は反復  $t$  における都市  $i$  から都市  $j$  への枝  $(i, j)$  に蓄積されたフェロモンの量である。このフェロモンの量、及び、ヒューリスティック値  $\eta_{ij}$  に基づいて選択確率が決定される。 $\eta_{ij}$  は、AS をはじめとしたほとんどの ACO において、枝  $(i, j)$  の距離  $d_{ij}$  の逆数として定義される。

$$\eta_{ij} = 1/d_{ij} \quad (1)$$

反復  $t$  におけるエージェント  $k$  が都市  $i$  から都市  $j$  への移動する (つまり枝  $(i, j)$  を選択する) 確率  $p_{ij}^k(t)$  は次のように定義される。

$$p_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha [\eta_{il}]^\beta} \quad \forall j \in N_i^k \quad (2)$$

$\alpha$  と  $\beta$  の大小関係はフェロモンとヒューリスティックな情報のどちらを重要視するかを決定する [Bon00]。また、それらの大きさ自体は強度を決定する。例えば、 $\beta$  が大きければ大きいほど距離の差による格差が大きくなる。AS においては  $(\alpha, \beta) = (1, 5)$  という値が経験的に良いとされている

[Dor96, Bul99]。また、これらのパラメータを遺伝的アルゴリズムを用いて求めるという Evolving Ant Colony Optimization[Bot98] が提案されている。

エージェント  $k$  は過去の行動 (つまり訪問都市の集合) を記憶する領域を保持している。これよりエージェントは未訪問都市の集合  $N_i^k$  を得る。

エージェント  $k$  が枝  $(i, j)$  に分泌するフェロモンの量は巡回路  $T^k(t)$  の距離  $L_k(t)$  により定義される。 $Q$  は定数である。

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q/L^k(t) & \text{if } (i, j) \in T^k(t) \\ 0 & \text{if } (i, j) \notin T^k(t) \end{cases} \quad (3)$$

つまり、巡回路長の短い巡回路を構成する枝により多くのフェロモンが分泌される。

反復  $t$  までに枝  $(i, j)$  上に蓄積されたフェロモンは反復  $(t+1)$  までに  $\rho$  の率で残り、式 (3) で示されるエージェント  $k$  のフェロモンの分泌によって新たに追加される。

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (4)$$

このような処理を定められた反復回数だけ行うことによって解を得る。

## 2.2 ACO における多様性

ACO に基本原理は「フェロモンの量が多いほど誘因性が高まって蟻を引き寄せ」、さらに「それらの蟻がより多くのフェロモンを分泌する確率が高まる」というポジティブフィードバックである。TSP への適用では、より短い巡回路を見つけ出すために、それまでの探索において見つかったより短い巡回路を構成する枝にフェロモンを多く分泌し、続く探索においてフェロモンを利用して巡回路を構成するということを繰り返すことによって、よりよい解 (巡回路) を見つける。このことから、ポジティブフィードバック構造に対応して以下の 2 つの多様性を考えることができる (図 2)。

- 巡回路の生成に関する多様性 (巡回路の多様性)
- フェロモンの分泌に関する多様性 (フェロモンの多様性)

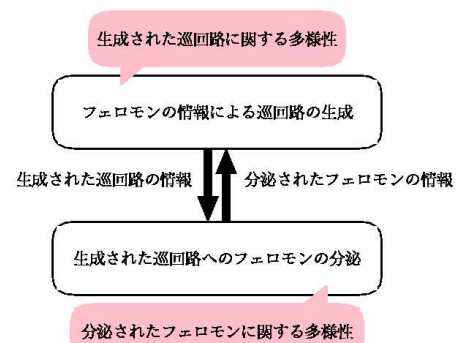


図 2: フィードバック構造と多様性

この考え方に基づいて様々な ACO を 2 つの多様性の多様化と集中化という操作に分けて分類した。その結果、ほとんどの ACO がフェロモンの多様性を調節する手法であった (表 1)。

例えば、 $AS_{rank}$  は典型的なエリート主義的 ACO である  $AS_{elite}$  にランキングというメカニズムを加え、フェロモンの多様性をさらに集中化させるというものである。ランキングとは、エージェントに対して巡回路長によって順位 (ランク)  $\mu$  を付け、上位  $\sigma - 1$  個のエージェント (このエージェントをエリートと呼ぶ) による巡回路に順位に応じた重みを付けたうえで、フェロモンを分泌するというものである。

表 1: 各種拡張の分類 (AS を基準として)

多様性	集中化	多様化
巡回路	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ACS(pseudo-random-proportional ルール)[Dor97b]</li> </ul>	
フェロモン	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ACS(<math>T^{gb}</math> へのフェロモンの分泌)</li> <li>• <math>MMAS(T^{ib}</math> へのフェロモンの分泌)[Stü00]</li> <li>• <math>AS_{elite}</math>[Bul99]</li> <li>• <math>AS_{rank}</math>[Bul99]</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>MMAS</math>(フェロモンの分泌/蒸発の制限)</li> <li>• Multiple Ant Colonies[Kaw00]</li> </ul>

フェロモンの更新は式 (5) で表される。

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \sum_{\mu=1}^{\sigma-1} \Delta\tau_{ij}^{\mu} + \sigma\Delta\tau_{ij}^{gb} \quad \text{where} \quad \Delta\tau_{ij}^{\mu} = \begin{cases} (\sigma - \mu)Q/L_{\mu} & \text{if } (i, j) \in T^{\mu} \\ 0 & \text{if } (i, j) \notin T^{\mu} \end{cases} \quad (5)$$

### 3 拡張

#### 3.1 ランダム選択

フェロモンの多様性は直接、巡回路の多様性に反映するのに対して、巡回路の多様化によって調節された多様性は、巡回路長の評価に応じてフェロモンの多様性への影響が自動的に制限されるため、多様性の調節がより効果的に働く可能性が高いと考えられる。この考え方に基づいて、ランダム選択という巡回路の多様性を調節 (多様化) することができる手法を検討した。

ランダム選択とは、エージェントが枝を選択する際に、式 (2) による枝選択を行わず、未訪問都市の中から都市をランダムに (等確率で) 選択するというシンプルな操作である。ランダム選択を行う確率であるランダム選択率  $r$  は多様化と集中化のバランスを連続的に調節することができるパラメータである。

ランダム選択は、フェロモン情報だけでなく、ヒューリスティックな情報をも利用しないため、ランダム選択による枝を含む巡回路は、式 (2) によって得られる枝のみで構成される巡回路よりも、平均としては悪くなると考えられる。そのような観点から、ランダム選択を採用する場合、フェロモンの多様性に関しては、エリート選択的な操作の意義が増すと考えられる。

集中化の強い ACO である  $AS_{rank}$  にランダム選択を適用した結果 (図 3)、多様性を調節することによって、良い解を安定して生成することが可能であることがわかった。特に、ランダム選択率がある一定範囲の場合、最適解からの誤差を導入前の 10~20%程度にすることがわかった [中道 01, Nak01]。

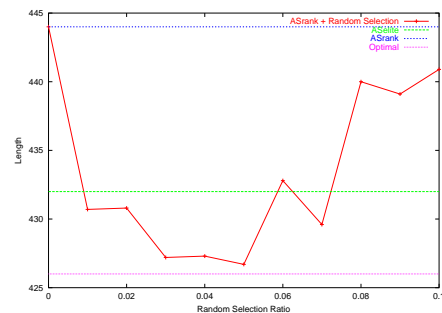


図 3: ランダム選択適用の結果

### 3.2 ヒューリスティック値の相対化

巡回路の生成ではフェロモンの情報のみならず、ヒューリスティックな情報が使われている。従来の研究ではフェロモンに関する検討がほとんどで、アприオリに与えられるヒューリスティック値に関する検討が余りなされていなかった。

検討の結果、従来のヒューリスティック値の設定方法は有効性が低いということがわかった。これに対し、ある枝のヒューリスティック値を定める値として、その枝の長さ  $d_{ij}$  だけでなく、他の枝の長さも考慮した値  $s_{ij}$  からヒューリスティック値を設定する手法を提案した (実験の結果は図 4)。

$$s_{ij} = \frac{d_{ij} - d_i^{\min}}{d_i^{\max} - d_i^{\min}} \quad \text{where} \quad d_i^{\max} = \arg \max_{l \neq i} d_{il}, \quad d_i^{\min} = \arg \min_{l \neq i} d_{il} \quad (6)$$

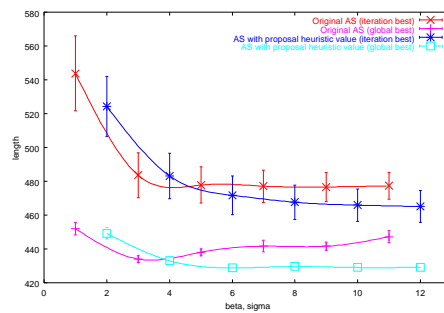


図 4: 相対化したヒューリスティック値適用の結果

また、 $s_{ij}$  からヒューリスティック値を設定する際に、最適解が既知である問題から得られた値  $s_{ij}^{\text{opt}}$  を利用することによって、さらに良い解を生成することが可能であることがわかった (表 2)[中道 02]。

表 2: 最適解の特性を使った結果

Problem	$L_{\text{best}}^{\text{iteration}}$		$L_{\text{best}}^{\text{global}}$	
	Avg.	Std. Dev.	Avg.	Std. Dev.
eil51.tsp	465.1	11.3	429.8	0.4
st70.tsp	734.8	18.1	681.8	1.1

## 4 多様性の解析

本研究では巡回路の多様性を解析することにした。巡回路の多様性として以下の 2 つの値を調べた。

発見した巡回路数

それまでの反復において探索した巡回路の総数。

枝選択におけるエントロピー

1 エージェントあたりの、各枝選択における  $N_i^k$  のエントロピーの合計。

#### 4.1 ランダム選択に関して

$AS_{rank}$  とランダム選択を適用した  $AS_{rank}$  の巡回路の多様性の推移を図 5 に示す。ランダム選択を適用しない場合は、生成する巡回路が 1 つに収束してしまっている。適用した場合は、ランダム選択率を大きくするのに比例して巡回路数とエントロピーが上昇している。

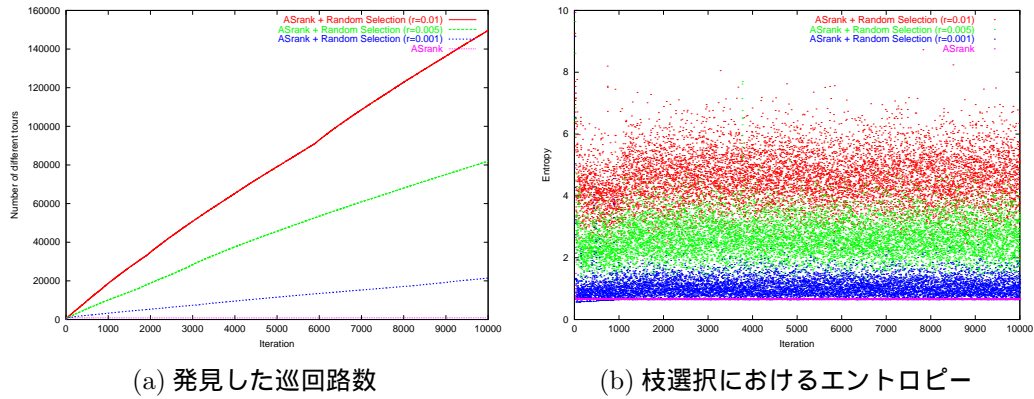


図 5: 巡回路の多様性 (ランダム選択に関して)

#### 4.2 相対化したヒューリスティック値について

AS と最適解の情報によるヒューリスティック値を利用した AS の巡回路の多様性の推移を図 5 に示す (参考のために、エントロピーについては  $\beta$  が、1 と 9 の場合の AS の結果も含んでいる)。

発見した巡回路数、エントロピーはほぼ同様の値となっている。この結果は、ヒューリスティックの相対化は多様性を調整する拡張ではなく、ACO においては多様性の調節だけが良い解の探索につながるとは必ずしもいえないということを示唆している。しかし、 $\beta$  が、1 と 9 の場合と比較すると、AS という枠組みにおいては  $\beta = 5$  は多様性が調節されている状態だといえることができる。

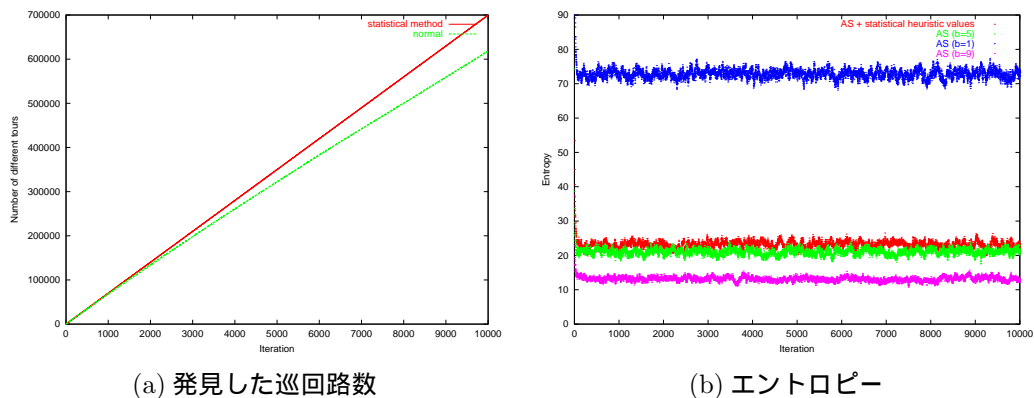


図 6: ランダム選択

## 5 おわりに

本研究では、メタヒューリスティックに分類される ACO の改良のための知見を得るために、特に多様性という観点から考察した。

巡回路の多様性を調節するランダム選択と最適解の情報によるヒューリスティック値を利用した場合について、巡回路の多様性を調査した。解析の結果、ランダム選択を適用した場合は、ランダム選択率を調整することにより集中化と多様化をバランスさせることができ、この結果良い解を生成していることがわかった。最適解の情報によるヒューリスティック値を利用した場合は、適用前との多様性の変化は少なく、ACO の改良は多様性の調節のみによるものではないことがいえる。

## 参考文献

- [Bon00] Bonabeau, E., M. Dorigo, and G. Theraulaz: Inspiration for Optimization from Social Insect Behaviour, *Nature*, Vol. 406, pp. 39–42, 2000.
- [Bot98] Botee, H. M. and E. Bonabeau: Evolving Ant Colony Optimization, *Advanced Complex Systems*, Vol. 1, pp. 149–159, 1998.
- [Bul99] Bullnheimer, B., R. F. Hartl, and C. Strauss: A New Rank Based Version of the Ant System: A Computational Study, *Central European Journal for Operations Research and Economics*, Vol. 7, No. 1, pp. 25–38, 1999.
- [Dor92] Dorigo, M.: *Optimization, Learning and Natural Algorithms*, PhD thesis, Politecnico di Milano, 1992.
- [Dor96] Dorigo, M., V. Maniezzo, and A. Coloni: The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B*, Vol. 26, No. 1, pp. 1–13, 1996.
- [Dor97a] Dorigo, M. and L. M. Gambardella: Ant Colonies for the Travelling Salesman Problem, *Biosystems*, Vol. 43, pp. 73–81, 1997.
- [Dor97b] Dorigo, M. and L. M. Gambardella: Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 1, No. 1, pp. 53–66, 1997.
- [Kaw00] Kawamura, H., M. Yamamoto, K. Suzuki, and A. Ohuchi: Multiple Ant Colonies Algorithm Based on Colony Level Interactions, *IEICE Transactions*, Vol. E83-A, No. 2, pp. 371–379, 2000.
- [Nak01] Nakamichi, Y. and T. Arita: Diversity Control in Ant Colony Optimization, in Abbass, H. A. ed., *Proceedings of the Inaugural Workshop on Artificial Life AL'01*, pp. 70–78, 2001.
- [Stü00] Stützle, T. and H. H. Hoos: *MAX-MIN* Ant System, *Future Generation Computer Systems Journal*, Vol. 16, No. 8, pp. 889–914, 2000.

- [中道 01] 中道, 有田 : ACO におけるランダム選択に基づく多様性維持の効果, 第 28 回知能システムシンポジウム資料, pp. 285–290, 2001.
- [中道 02] 中道, 有田 : ACO におけるヒューリスティック値設定手法の検討, 2002 年度第 16 回人工知能学会全国大会 (JSAI2002) 論文集, 2002.
- [柳浦 01] 柳浦, 茨木 : 組み合わせ最適化 – メタ戦略を中心として –, 朝倉書店, 2001.